

Исходные данные

Выполнить расчет плоской статически определимой рамы. Произвести:

- кинематический анализ;
- определение реакций в связях, включая силы взаимодействия в шарнирах;
- построение эпюр внутренних силовых факторов;
- определение полного линейного и углового перемещений от заданной силовой нагрузки для сечения A .

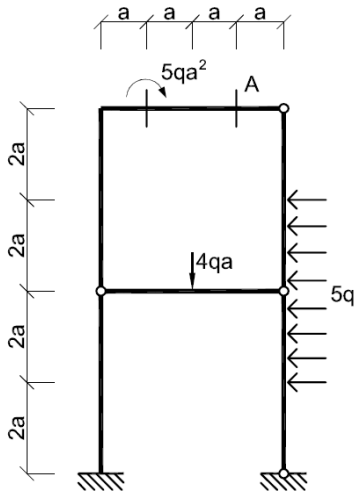


Рис.1

Исходные данные связаны соотношениями:

$$l = \alpha a; \quad h = \beta a; \quad J_p = \gamma J; \quad q = \omega q; \quad P = \delta qa; \quad M = \varepsilon qa^2$$

Числовые значения коэффициентов:

$$\alpha = 1; \quad \beta = 2; \quad \gamma = 2; \quad \omega = 5; \quad \delta = 4; \quad \varepsilon = 5$$

Тогда:

$$l = a;$$

$$h = 2a;$$

$$J_p = 2J$$

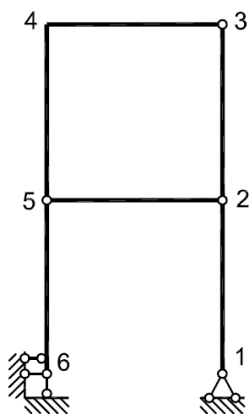
$$q = 5q;$$

$$P = 4qa;$$

$$M = 5qa^2;$$

Кинематический анализ заданной расчетной схемы

1. Вычисление числа степеней свободы ЗРС:



Число дисков: $D=5$ (1-2; 2-3; 2-5; 3-4-5; 5-6);

Число простых шарниров: $\Pi=5$ (наличие по узлам $\Pi_1=0, \Pi_2=2, \Pi_3=1, \Pi_4=0, \Pi_5=2, \Pi_6=0$);

Число опорных связей: $C_0=5$ ($C_{0(1)}=2, C_{0(6)}=3$)

$$W = 3D - 2\Pi - C_0 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 5 = 0$$

Отсюда следует вывод, что ЗРС статически определима.

Рис.2

2. Проведение анализа на мгновенную неизменяемость ЗРС:

Образование «поэтажной» схемы ЗРС из последовательности элементарных расчетных схем показан на рис. 3.

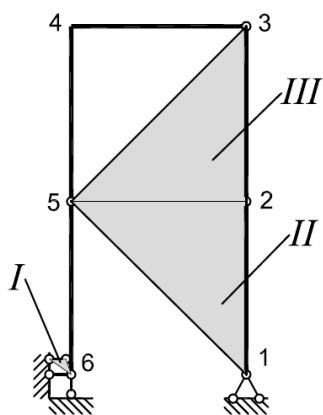


Рис.3

Мгновенная неизменяемость выявленных этажей обеспечена наличием шарнирно-стержневых треугольников, образованных связями, наложенными на диски, входящие в состав каждого этажа. Треугольники обозначены римскими цифрами I, II, III.

Первый этаж образован двумя дисками (6-5 и земля), объединенными тремя опорными стержнями, не параллельными и не пересекающимися в одной точке.

Второй этаж образован объединением диска 1-2-5 и первого этажа посредством шарнира 5 и опорного стержня 1 не проходящего через этот шарнир. Таким образом, шарнирно-стержневой треугольник образован шарнирами опорного стержня 1, 2 и шарниром 5.

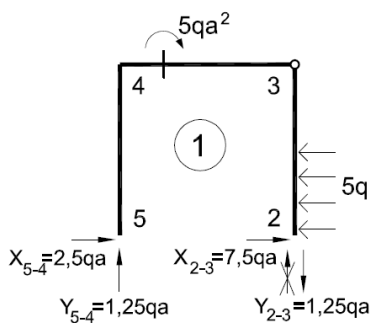
Третий этаж получен объединением трех дисков (второго этажа, дисков 5-4-3 и 3-2), попарно соединенных шарнирами 5, 3 и 2 не лежащими на одной прямой.

Следовательно, геометрическая неизменяемость рамной конструкции обеспечена.

Определение реакций

Определение реакций будем выполнять в обратной последовательности, начиная с третьего этажа.

Этаж III

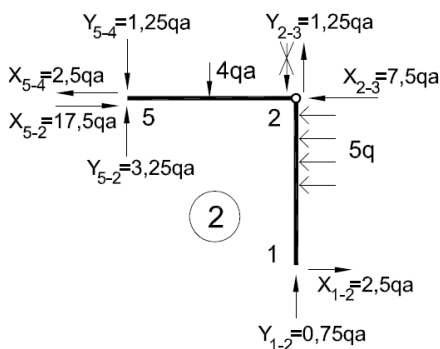


$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_2 &= -Y_{5-4} \cdot 4a - 5qa^2 + 5q \cdot 2a \cdot a = 0 \Rightarrow Y_{5-4} = 1,25qa \\ \sum \text{mom}_3^{\text{слева}} &= -1,25qa \cdot 4a + X_{5-4} \cdot 4a - 5qa^2 = 0 \Rightarrow X_{5-4} = 2,5qa \\ \sum Y &= 1,25qa + Y_{2-3} = 0 \Rightarrow Y_{2-3} = -1,25qa \\ \sum X &= 2,5qa - 5q \cdot 2a + X_{2-3} = 0 \Rightarrow X_{2-3} = 7,5qa \end{aligned}$$

Контроль полученных результатов для третьего этажа:

$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_3 &= -1,25qa \cdot 4a + 2,5qa \cdot 4a - 5qa^2 - 5q \cdot 2a \cdot 3a + 7,5qa \cdot 4a \equiv 0 \\ \sum \text{mom}_5 &= -1,25qa \cdot 4a + 5q \cdot 2a \cdot a - 5qa^2 \equiv 0 \end{aligned}$$

Этаж II

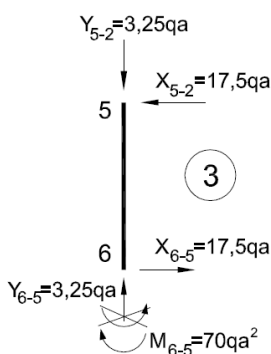


$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_2^{\text{слева}} &= -Y_{5-2} \cdot 4a + 1,25qa \cdot 4a + 4qa \cdot 2a = 0 \Rightarrow Y_{5-2} = 3,25qa \\ \sum \text{mom}_2^{\text{справа}} &= X_{1-2} \cdot 4a - 5q \cdot 2a \cdot a = 0 \Rightarrow X_{1-2} = 2,5qa \\ \sum Y &= 3,25qa - 1,25qa - 4qa + 1,25qa + Y_{1-2} = 0 \Rightarrow Y_{1-2} = 0,75qa \\ \sum X &= X_{5-2} - 2,5qa - 7,5qa - 5q \cdot 2a + 2,5qa = 0 \Rightarrow X_{5-2} = 17,5qa \end{aligned}$$

Контроль полученных результатов для второго этажа:

$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_1 &= -3,25qa \cdot 4a - 17,5qa \cdot 4a + 2,5qa \cdot 4a + 1,25 \cdot 4a + 4qa \cdot 2a + 7,5qa \cdot 4a + 5q \cdot 2a \cdot 3a \equiv 0 \\ \sum \text{mom}_5 &= 2,5qa \cdot 4a + 0,75qa \cdot 4a - 5q \cdot 2a \cdot a + 1,25qa \cdot 4a - 4qa \cdot 2a \equiv 0 \end{aligned}$$

Этаж I



$$\begin{aligned} \sum X &= X_{6-5} - 17,5qa = 0 \Rightarrow X_{6-5} = 17,5qa \\ \sum Y &= -3,25qa + Y_{6-5} = 0 \Rightarrow Y_{6-5} = 3,25qa \\ \sum \text{mom}_6 &= 17,5qa \cdot 4a + M_{6-5} = 0 \Rightarrow M_{6-5} = -70qa^2 \end{aligned}$$

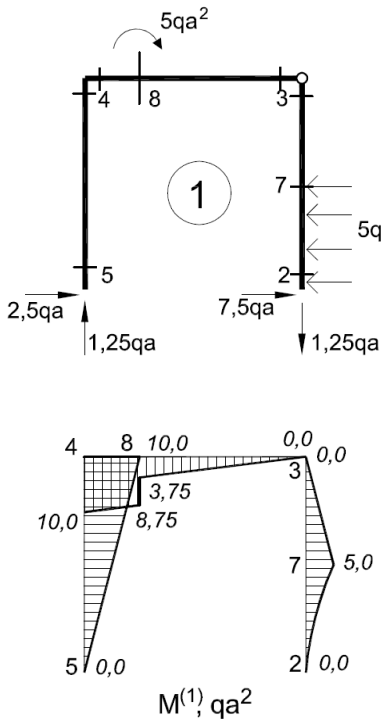
Контроль полученных результатов для первого этажа:

$$\sum \text{mom}_5 = 17,5qa \cdot 4a - 70qa^2 \equiv 0$$

Построение эпюр внутренних силовых факторов

1. Определяем значения изгибающих моментов в характерных сечениях рамы, рассматривая равновесие ее отсеченных частей, и выполняем построение эпюр изгибающих моментов.

Этаж III



$$\sum \text{mom}_2 = +M_{2-7} = 0 \Rightarrow M_{2-7} = 0$$

$$\sum \text{mom}_7 = +M_{7-2} + 7,5qa \cdot 2a - 5q \cdot 2a \cdot a = 0 \Rightarrow M_{7-2} = -5qa^2$$

$$\sum \text{mom}_7 = +M_{7-3} + 7,5qa \cdot 2a - 5q \cdot 2a \cdot a = 0 \Rightarrow M_{7-3} = -5qa^2$$

$M_{7-2} = M_{7-3}$ - волокна растянуты с внешней стороны контура

$$\sum \text{mom}_3 = +M_{3-7} + 7,5qa \cdot 4a - 5q \cdot 2a \cdot 3a = 0 \Rightarrow M_{3-7} = 0$$

$$\sum \text{mom}_3 = +M_{3-8} + 7,5qa \cdot 4a - 5q \cdot 2a \cdot 3a = 0 \Rightarrow M_{3-8} = 0$$

$(M_{3-7} = M_{3-8})$

$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_8 = +M_{8-3} + 7,5qa \cdot 4a - 1,25 \cdot 3a - 5q \cdot 2a \cdot 3a \\ = 0 \Rightarrow M_{8-3} = 3,75qa^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_8 = +M_{8-4} + 7,5qa \cdot 4a - 1,25 \cdot 3a - 5q \cdot 2a \cdot 3a - 5qa^2 \\ = 0 \Rightarrow M_{8-4} = 8,75qa^2 \end{aligned}$$

$M_{8-3} \neq M_{8-4}$ - волокна растянуты с внутренней стороны контура

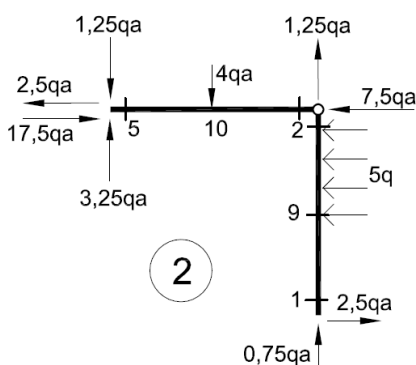
$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_4 = +M_{4-8} + 7,5qa \cdot 4a - 1,25 \cdot 4a - 5q \cdot 2a \cdot 3a - 5qa^2 \\ = 0 \Rightarrow M_{4-8} = 10qa^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \text{mom}_4 = +M_{4-5} + 7,5qa \cdot 4a - 1,25 \cdot 4a - 5q \cdot 2a \cdot 3a - 5qa^2 \\ = 0 \Rightarrow M_{4-5} = 10qa^2 \end{aligned}$$

$M_{4-8} = M_{4-5}$ - волокна растнуты с внутренней стороны контура

$$\sum \text{mom}_5 = M_{5-4} = 0 \Rightarrow M_{5-4} = 0$$

Этаж II



$$\sum \text{mom}_1 = +M_{1-9} = 0 \Rightarrow M_{1-9} = 0$$

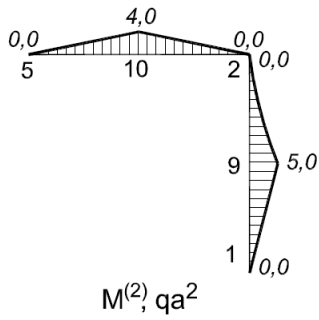
$$\sum \text{mom}_9 = +M_{9-1} + 2,5qa \cdot 2a = 0 \Rightarrow M_{9-1} = -5qa^2$$

$$\sum \text{mom}_9 = +M_{9-2} + 2,5qa \cdot 2a = 0 \Rightarrow M_{9-2} = -5qa^2$$

$M_{9-1} = M_{9-2}$ - волокна растянуты с внешней стороны контура

$$\sum \text{mom}_2 = +M_{2-9} + 2,5qa \cdot 4a - 5q \cdot 2a \cdot a = 0 \Rightarrow M_{2-9} = 0$$

$$\sum \text{mom}_2 = +M_{2-10} + 2,5qa \cdot 4a - 5q \cdot 2a \cdot a = 0 \Rightarrow M_{2-10} = 0$$



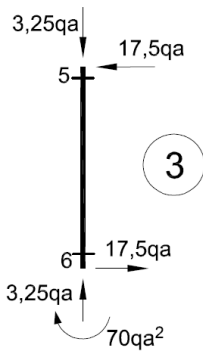
$$\sum \text{mom}_{10} = +M_{10-2} + 2,5qa \cdot 4a + 0,75qa \cdot 2a - 5q \cdot 2a \cdot a + 1,25qa \cdot 2a = 0 \Rightarrow M_{10-2} = -4qa^2$$

$$\sum \text{mom}_{10} = +M_{10-5} + 2,5qa \cdot 4a + 0,75qa \cdot 2a - 5q \cdot 2a \cdot a + 1,25qa \cdot 2a = 0 \Rightarrow M_{10-5} = -4qa^2$$

$M_{10-2} = M_{10-5}$ – волокна растянуты с верхней стороны

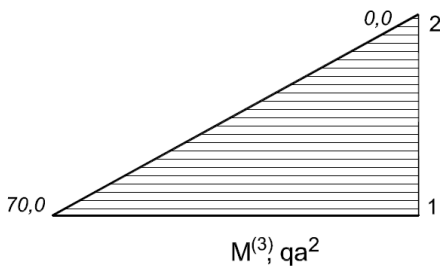
$$\sum \text{mom}_5 = +M_{5-10} = 0 \Rightarrow M_{5-10} = 0$$

Этаж I



$$\sum \text{mom}_5 = +M_{5-6} = 0 \Rightarrow M_{5-6} = 0$$

$$\sum \text{mom}_6 = +M_{6-5} + 17,5qa \cdot 4a = 0 \Rightarrow M_{6-5} = -70qa^2$$



Объединим эпюры в одну. Эпюра изгибающих моментов ЗРС показана на рис.4, где целые числа соответствуют номерам контролируемых сечений, а дробные – значениям ординат изгибающего момента.

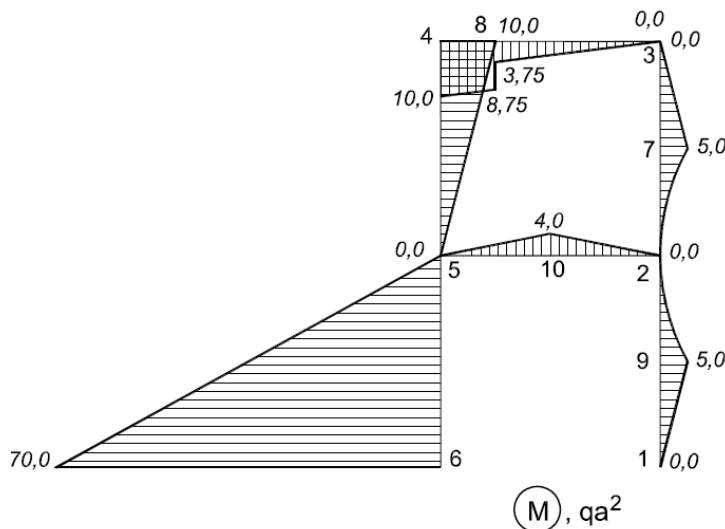
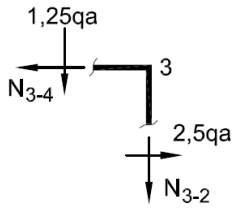


Рис.4

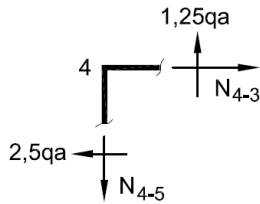
3. Выполним построение эпюры продольных усилий способом последовательного вырезания узлов на эпюре поперечных усилий.

Узел 3:



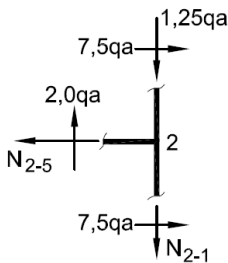
$$\begin{aligned} \sum X &= +2,5qa - N_{3-4} = 0 \Rightarrow N_{3-4} = +2,5qa \\ \sum Y &= -1,25qa - N_{3-2} = 0 \Rightarrow N_{3-2} = -1,25qa \end{aligned}$$

Узел 4:



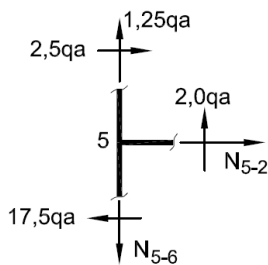
$$\begin{aligned} \sum X &= -2,5qa + N_{4-3} = 0 \Rightarrow N_{4-3} = +2,5qa \\ \sum Y &= 1,25qa - N_{4-5} = 0 \Rightarrow N_{4-5} = +1,25qa \end{aligned}$$

Узел 2:



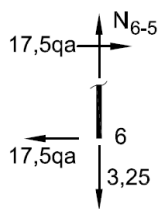
$$\begin{aligned} \sum X &= 7,5qa - N_{2-5} + 7,5qa = 0 \Rightarrow N_{2-5} = +15qa \\ \sum Y &= -N_{2-1} + 2qa - 1,25qa = 0 \Rightarrow N_{2-1} = +0,75qa \end{aligned}$$

Узел 5:



$$\begin{aligned} \sum X &= -17,5qa + N_{5-10} + 2,5qa = 0 \Rightarrow N_{5-2} = +15qa \\ \sum Y &= 1,25qa - N_{5-6} + 2qa = 0 \Rightarrow N_{5-6} = +3,25qa \end{aligned}$$

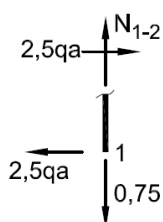
Узел 6:



$$\sum X = 17,5qa - 17,5qa \equiv 0$$

$$\sum Y = -3,25qa + N_{6-5} = 0 \Rightarrow N_{6-5} = +3,25qa$$

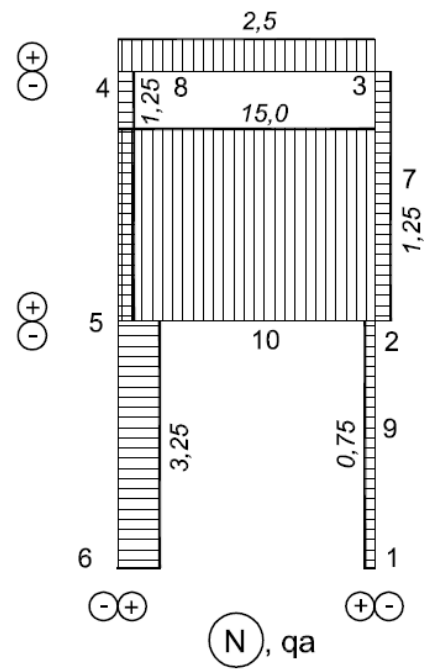
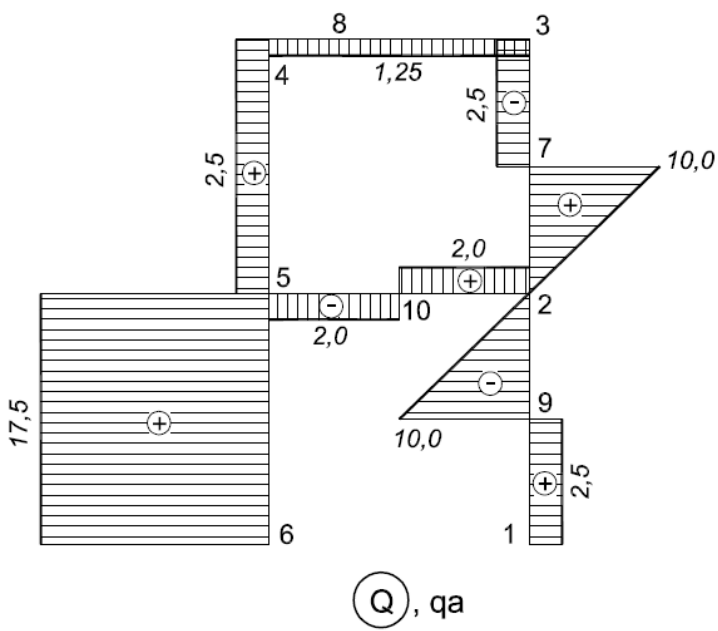
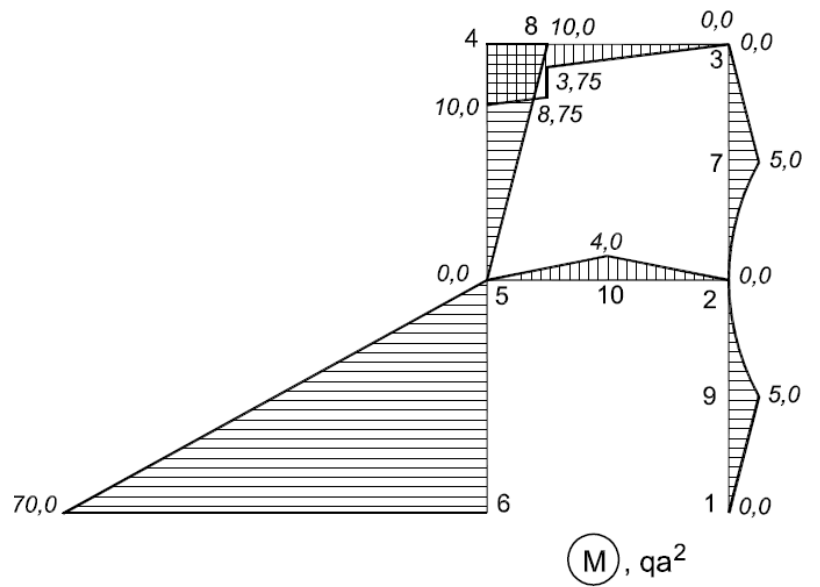
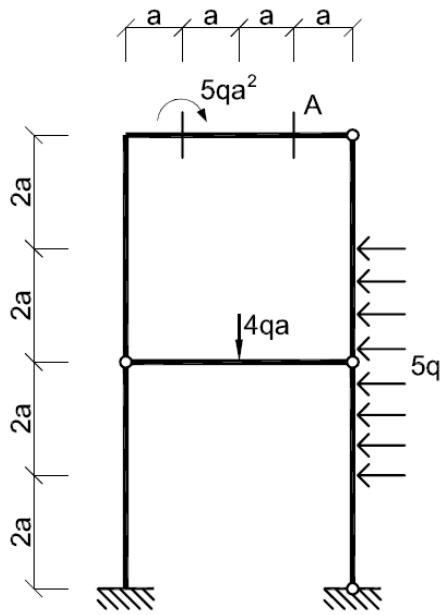
Узел 1:

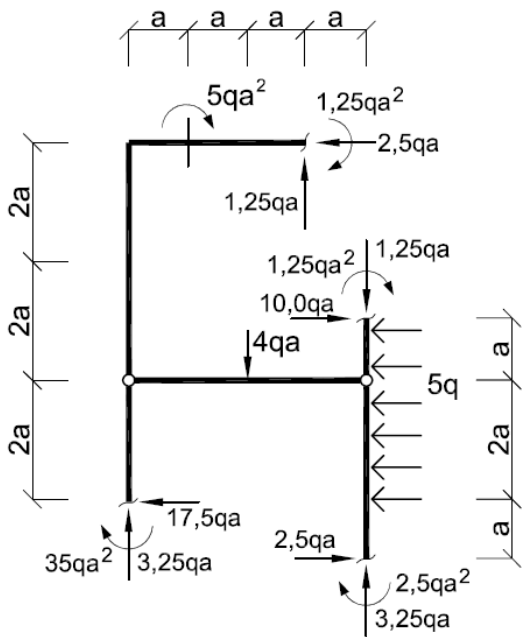


$$\sum X = 2,5qa - 2,5qa \equiv 0$$

$$\sum Y = -0,75qa + N_{1-2} = 0 \Rightarrow N_{1-2} = +0,75qa$$

Проверка полученного решения задачи





$$\sum X = (-17,5 - 2,5 + 10 - 5 \cdot 3 + 2,5)qa \neq 0$$

Не могу найти причину, отчего не хочет сходиться тождество ((